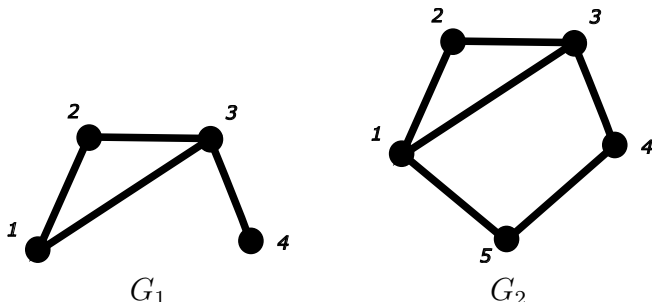


Zastosowania grafów w bioinformatyce. Zadania domowe.

Zestaw IV (do rozwiązania na ćwiczenia 15 grudnia 2022)

Zad.1. Rysunek zamieszczony poniżej przedstawia dwa grafy: G_1 i G_2 .

- Wektor $[-1, 1, 0, 0]$ jest wektorem własnym grafu G_1 . Znajdź wartość własną, której on odpowiada.
- Wektory $[1, 0, -1, -1, 1]$ i $[-1, 0, 1, -1, 1]$ są wektorami własnym grafu G_2 . Znajdź odpowiadające im wartości własne.



Zad.2. W drzewie T na 17 wierzchołkach, wierzchołek numer 3 jest połączony krawędzią z wierzchołkiem o numerze 7. Stopień wierzchołka 3 wynosi 4, stopień wierzchołka 7 to 5. Znajdź wartość wyrazu stojącego w trzecim wierszu i siódmej kolumnie macierzy A^3 , gdzie A jest macierzą przyległości drzewa T .

Zad.3. A jest macierzą przyległości pewnego grafu G .

- Czy możliwe jest, żeby na przekątnej macierzy A^3 pojawiła się jedynka?
- Czy możliwe jest, żeby na przekątnej macierzy A^3 pojawiła się dwójka?
- Czy możliwe jest, żeby wszystkie wyrazy na przekątnej A^3 były równe zero?
- Czy możliwe jest, żeby dokładnie jeden wyraz na przekątnej A^3 był różny od zera?

Zad.4. Niech A będzie macierzą przyległości grafu pełnego K_3 .

- Znajdź A^2 , A^3 i A^4 .
- Zauważ, że A spełnia równanie $A^2 = A + 2I$. Na tej podstawie wyznacz wartości własne macierzy A .
- Znajdź ślady macierzy A^2 , A^3 i A^4 i sprawdź, czy zgadzają się one z wynikami otrzymanymi w (ii).
- Wyraż $A^4 = (A^2)^2$ poprzez macierz A^2 i I . Na tej podstawie znajdź wszystkie wartości własne macierzy A^2 .

Zad.5. Niech A będzie macierzą przyległości dwudzielnego grafu pełnego $K_{3,3}$. Wyraż A^3 przy pomocy A (i, ewentualnie, I) i znajdź wszystkie wartości własne A . Znajdź ich krotności korzystając z twierdzenia o sumie potęg wartości własnych.

Zad.6. Uzasadnij, że nie istnieją grafy na siedmiu wierzchołkach, których zbiór wartości własnych (z krotnościami) jest równy:

- $\sqrt{20}, 4, 2, 0, -3, -3, -\sqrt{20}$;
- $2, 2, 1, 1, -3, -3, -3$.