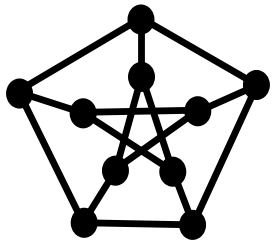
Zastosowania grafów w bioinformatyce. Zadania domowe.

Zestaw II (do rozwiązania na ćwiczenia 10 listopada 2022)

Zad.1.

Znajdź liczbę chromatyczną następujących grafów (aby pokazać, że liczba chromatyczna grafu G jest równa k, należy wskazać właściwe kolorowanie wierzchołków G k kolorami, a ponadto uzasadnić, że nie można tego zrobić używając $k-1$ kolorów).

(i) G jest cyklem o długości 5.
(ii) G jest cyklem o długości 5 z jedną przekątną.
(iii) G jest grafem pełnym na 7 wierzchołkach, z którego wyrzuciliśmy jeden trójkąt.
(iv) G składa się z dwóch grafów pełnych, każdy na pięciu wierzchołkach, które połączyliśmy czterema rozłącznymi krawędziami.
(v) G jest grafem Petersena, zamieszczonym na rysunku obok.



Zad.2.

Dla każdego z grafów z poprzedniego zadania znajdź wielkość maksymalnego skojarzenia $\mu(G)$, minimalnego pokrycia wierzchołkowego $\beta(G)$, a także ich ułamkowych odpowiedników $\mu^*(G)$ i $\beta^*(G)$.

Zad.3.

Uzasadnij, że w każdym drzewie na n wierzchołkach znajdziemy zbiór niezależny o wielkości co najmniej $n/2$.

Zad.4.

Czy istnieje graf G na n wierzchołkach, dla którego $\mu^*(G) > n/2$?