

Zastosowania grafów w bioinformatyce. Zadania domowe.

Zestaw I (do rozwiązania na ćwiczenia 20 października 2022)

Zad.1. Podaj przykład grafu H spełniającego wszystkie trzy warunki:

- największe skojarzenie w H ma moc 5,
- istnieje w H skojarzenie maksymalnej mocy 4,
- najmniejsze maksymalne skojarzenie w H ma moc 3.

Zad.2. Dany jest graf dwudzielny G o dwupodziale $X \cup Y$, w którym wierzchołki z X i z Y mają stopnie odpowiednio:

- (6, 5, 4, 3, 2, 1) i (5, 5, 4, 3, 2, 1, 1)
- (3, 3, 3, 3, 3) i (4, 4, 3, 2, 1, 1).

Czy G **musi** zawierać skojarzenie nasycające wszystkie wierzchołki z X ?

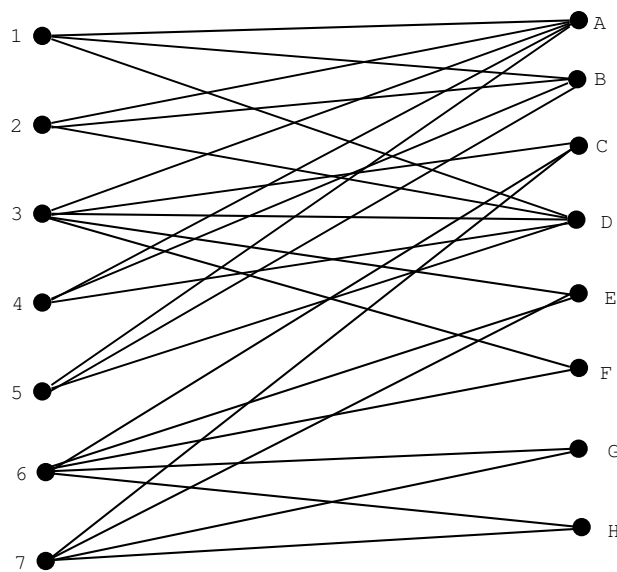
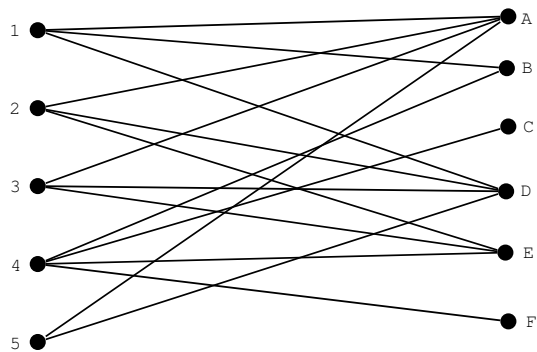
Zad.3. Niech G będzie grafem dwudzielnym bez wierzchołków izolowanych o dwupodziale (X, Y) i niech $S \subseteq X$. Jaka jest zależność między zbiorami S i $N(N(S))$?

Zad.4. Podaj przykład grafu 3-regularnego, który nie posiada skojarzenia doskonałego. Wskaż podzbiór wierzchołków tego grafu, dla którego nie jest spełniony warunek Tutte'a.

Zad.5. Czy prawdą jest, że jeśli rodzina n zbiorów A_1, A_2, \dots, A_n spełnia warunek $|\bigcup_{i=1}^n A_i| > n$, to zawsze ma system różnych reprezentantów (SRR)?

Zad.7. Czy poniższe grafy:

- posiadają skojarzenie nasycające lewy zbiór dwupodziału?
- spełniają warunek Halla?



Zad.8. Niech G będzie grafem dwudzielnym o dwupodziale (X, Y) , gdzie $|X| = |Y|$. Przypuśćmy, że dla pewnego podzbioru W zbioru X mamy $|N(W)| < |W|$, tzn. graf G nie spełnia warunku Halla, a zatem nie ma skojarzenia doskonałego. Znajdź w G zbiór S , który nie spełnia warunku Tutte'a.