

## Metoda Probabilistyczna. Zadania domowe.

### Zestaw V. Termin: 2 kwietnia 2025

#### Zad.9

Dany jest zbiór  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  taki, że dla dowolnego punktu  $x \in \mathbb{R}^2$ , koło o promieniu 1 i środku  $x$  zawiera co najmniej 50 punktów ze zbioru  $A$ , natomiast koło o środku  $x$  i promieniu 5 zawiera co najwyżej 5000 punktów zbioru  $A$ . Pokaż, że elementy zbioru  $A$  można pokolorować trzema kolorami tak, by każde koło o promieniu 1 zawierało punkty wszystkich trzech kolorów.

**Komentarz** Jest to prawdopodobnie najtrudniejsze zadanie z dotychczasowych, więc proszę się nie załamywać jeśli nie będą Państwo w stanie rozwiązać go zupełnie, lecz przesłać mi nawet częściowe rozwiązania. Rzecz jasna, zadanie to nawiązuje do zadania o pokryciu kulami jednostkowymi (czy też liśćmi) płaszczyzny, które rozwiązywaliśmy na wykładzie. Przed rozwiązaniem warto się zastanowić, które punkty płaszczyzny  $x \in \mathbb{R}^2$  należą do tych samych kół o środkach w punktach zbioru  $A$ .