Metoda Probabilistyczna. Zadania domowe.

Zestaw IV. Termin: 26 marca 2025

Zad.7

Niech $H = (V, E)$ będzie ustalonym grafem i $n \geqslant |V|$. Przypuśćmy, że istnieje graf G, o n wierzchołkach i t krawędziach, który nie zawiera kopii grafu H. Pokaż, że jeśli

$$tk > n^2 \ln n$$

to możemy pokolorować krawędzie grafu pełnego K_n k kolorami tak, by nie powstała żadna monochromatyczna kopia grafu H.

Zad.8

Niech $S(k)$ będzie najmniejszą liczbą naturalną n taką, że dla każdego pokolorowania zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$ k kolorami istnieje cztery różne liczby x, y, z i u takie, że

$$x + y + z = u$$

oraz x, y, z i u są pokolorowane tym samym kolorem.

Stosując „naiwny” wariant metody probabilistycznej, a następnie Lokalny Lemat Lovásza, podaj dwa dolne oszacowania liczby $S(r)$.