

Metoda Probabilistyczna. Zadania domowe.

Zestaw II. Termin: 12 marca 2025

Zad.3.

Właściciele n kotów i n kanarków, gdzie $n \geq 4$, dostali wezwania do kliniki weterynaryjnej na szczepienia ochronne przeciwko ptasiokociej grypie. Na każdym wezwaniu widnieje $\lceil 2 \log_2 n \rceil$ możliwych terminów wizyty, przy czym dowcipny (!) recepcjonista wygenerował te listy indywidualnie dla każdego właściciela według własnego widzi-mię. Pokazać, że wizyty te można tak zaplanować, by każdy z właścicieli odwiedził klinikę w jednym z terminów wymienionych na swoim wezwaniu, ale aby w klinice nigdy nie przebywały równocześnie kot i kanarek. Dodajmy, że w jednym terminie klinikę może odwiedzić dowolna liczba kotów i dowolna liczba kanarków.

Zad.4.

Udowodnij, że dla każdego skończonego podzbioru A liczb naturalnych istnieje $B \subseteq A$ taki, że $|B| \geq |A|/100$ oraz B nie zawiera rozwiązań równania

$$x_1 + 9x_2 = x_3 + x_4 + x_5.$$